Page No.
Date / /

Harmonic motion (આવર્ત ગતિ)

Definition

વસ્તુ { નિશ્ચિત સમય પર / નિશ્ચિત માર્ગ પર } પોતાની ગતિ દોહરાવે

આવર્તગતિ

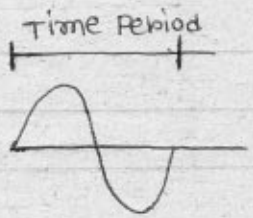
- હોલની — કોઈ એકજ માર્ગ પર એક નિશ્ચિત બિંદુ ની આજુબાજુ ગતિ
  eg. સરળ લોલક
- અહોલની — ઘડીયાળના કાંટાની ગતિ

eg. પૃથ્વીનુ સુર્યની આજુબાજુ પરીક્રમણ

⇒ બધી હોલની ગતિ આવર્તી ✓ | બધી આવર્તી ગતિ હોલની ✗

Definitions

આવર્તકાળ (Time Period) (T)



એક હોલન પુરુ કરવામાં લાગેલો સમય

unit → second

$[M^0 L^0 T^1]$

આવૃત્તિ (frequency) (n)

એક સેકન્ડ માં વસ્તુના કંપન

unit → $\frac{1}{\text{second}}$ OR Hz

$[M^0 L^0 T^{-1}]$

કોણીય આવૃત્તિ (angular frequency) (ω)

આવૃત્તિને 2π થી ગુણવાથી.

unit → $\frac{1}{\text{second}}$

$[M^0 L^0 T^{-1}]$

$$\boxed{\omega = 2\pi n}$$

[કા.કે કોણીય આવૃત્તિ circle માં હોય તેથી ફુલ circle ને ગણવા માટે 360° = 2π ∴ 2π થી ગુણાય.]

ભુલ વૃત્તિય ગતિ $\omega = \frac{\text{રેડીયન}}{\text{સેકન્ડ}}$ } અહી ω = કોણીય વેગ

વિસ્થાપન (Displacement)

મધ્યબિંદુની સાપેક્ષ કણની તાત્કાલીક સ્થીતી

આયામ (Amplitude) (a)

સામ્ય સ્થીતી ની સ્થીતી થી મહત્તમ વિસ્થાપન.

unit → meter

$[M^0 L^1 T^0]$

કલા કોણ અથવા કલા (Phase)

સામ્યવસ્થા થી સ્થીતી તથા તેની ગતિ ની દીશા નો રુપાકાર

let $y = a\sin\theta$
$= a\sin(\omega t + \phi_0)$ } અહી θ $(\omega t + \phi_0)$ = કલા

પ્રારંભીક કલા

ગતિના આરંભ માં કણની કલા

ઉપર મુજબ

$\theta = \omega t + \phi_0$

$t = 0$

$\theta = \phi_0$

ϕ_0 = પ્રારંભીક કલા

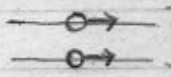
સમાન કલા

બે કણ કોઈ કણો { સમાન સ્થીતીમાં, સમાન દીશામા }

કલાંતર π નો સમગુણક

માર્ગાન્તર $\lambda/2$ નો "

સમયાંતર $T/2$ નો "



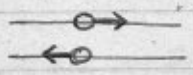
વિપરિત કલા

સામ્યવસ્થા પર વિપરીત દીશામાં ગતિશીલ

કલાંતર π નો વિષમગુણક $(\pi, 3\pi, 5\pi, \ldots)$

માર્ગાન્તર $\lambda/2$ નો " $(\lambda/2, 3\lambda/2, 5\lambda/2, \ldots)$

સમયાંતર $T/2$ નો " $(T/2, 3T/2, 5T/2, \ldots)$



કલાંતર

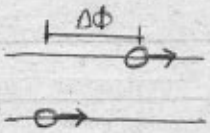
$y_1 = a\sin(\omega t + \phi_1)$

$y_2 = a\sin(\omega t + \phi_2)$

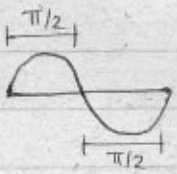
$\Delta\phi = (\omega t + \phi_2) - (\omega t + \phi_1)$

$= \phi_2 - \phi_1$

$\Delta\phi$ = કલાંતર

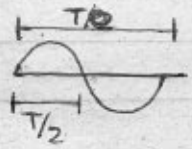


કલા



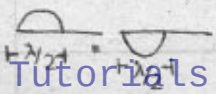
એક શૃંગ અને એક ગર્તનું Total = કલા = π

સમયાન્તર



સમયના અંતરને (શૃંગ કે ગર્તના) સમયાન્તર = $T/2$

માર્ગાન્તર



કોઈપણ શૃંગ કે ગર્ત વચ્ચેના અંતરને માર્ગાન્તર = $\lambda/2$

simple Harmonic motion

સરળ આવર્ત ગતિ (simple harmonic motion)

⇒ કણની આવર્ત ગતિ માધ્યસ્થિતિની બંને તરફ એવી રીતે
ત્વરણ પ્રત્યેક સ્થીતીમાં વિસ્થાપનને અનુક્રમાનુપાતિ (Proportional)
ત્વરણની દીશા હંમેશા માધ્યસ્થિતિ તરફ

cond.

(i) ગતિ નિશ્ચિત બિંદુની બંને તરફ સરળ રેખામાં 

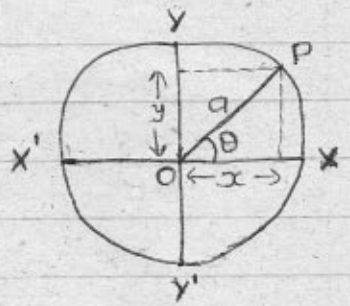
(ii) હંમેશા નિશ્ચિત સમય પછી માધ્યસ્થિતિ થી પસાર થાય.

(iii) વસ્તુ પર લાગતું બળ
↳ વિસ્થાપનને અનુક્રમાનુપાતિ $\boxed{F \propto -y}$
દીશા હંમેશા માધ્યસ્થીતી તરફ

દીશા માધ્યસ્થિતિ તરફ હોવાથી
(−) લાગે
∴ $F \propto -y$

સરળ આવર્ત ગતિમાં વિસ્થાપન (Displacement)

⇒ કણની આપેલ સમયે માધ્યસ્થિતિથી દૂરી



$\theta = \omega t$

y axis પર (કણ સામ્યવસ્થા થી યોતાની ગતિ પ્રારંભ કરે)

$y = a \sin \omega t$

$y = a \sin \left(\frac{2\pi}{T}\right) t$

$y = a \sin 2\pi n t$

$y = a \sin (\omega t + \phi)$

a = આયામ
ω = કોણીય આવૃત્તિ
n = આવૃત્તિ
T = આવર્તકાળ
ϕ = પ્રારંભિક કલા
t = તાત્કાલિક સમય

also,

x axis પર (કણ આયામ ની સ્થીતી થી ગતિ પ્રારંભ કરે)

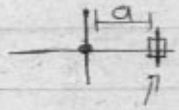
$x = a \cos (\omega t \pm \phi)$ → એવા કણનું SHM જે આયામ ની સ્થીતી થી ϕ કોણ કલા માં આગળ અથવા પાછળ છે

$x = a \cos \left(\frac{2\pi}{T} t \pm \phi\right)$ → સામ્યવસ્થા થી t સમય પછીનું SHM

$x = a \cos (2\pi n t \pm \phi)$

y = max

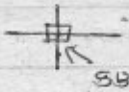
$\theta = \omega t = \pi/2$
$t = T/4$
→ $y = a$



કણની સ્થીતી

y = min

$\theta = \omega t = \pi$
$t = T/2$
→ $y = 0$



કણની સ્થીતી O પર

⟹ વિસ્થાપન ની દિશા હંમેશા માધ્યસ્થિતિથી દૂર

હંમેશા માધ્યસ્થિતિથી દૂર

સરળ આવર્ત ગતિ માં વેગ (velocity)

⇒ સરળ આવર્ત ગતિ કરતા કણની સ્થીતીનું સમય ની સાપેક્ષે Differentiation = વેગ

$$\therefore V = \frac{dy}{dt} = a\omega \cos\omega t$$

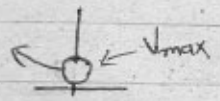
$$V = a\omega \cos\omega t$$
$$= a\omega \sqrt{(1-\sin^2\omega t)}$$
$$= \omega\sqrt{a^2-y^2}$$

કલા ના પદોમાં ⟶ $V = a\omega \cos\theta$

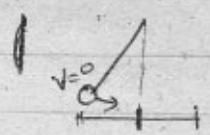
સમય ના પદોમાં ⟶ $V = a\omega \cos\left(\frac{2\pi}{T}\right)t$

વિસ્થાપન ના પદોમાં ⟶ $V = \omega\sqrt{a^2-y^2}$

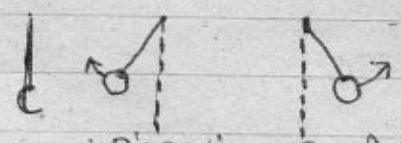
$V_{max} = a\omega$ } when $\theta = t = y = 0$ (સામ્યવસ્થા પર સ્થિતિકતમ)



$V_{min} = 0$ } when $\theta = \pi/2$, $t = T/4$, $y = \pm a$ (આયામ પર શૂન્ય)



→ વેગ ની દીશા કણની સ્થીતી મુજબ માધ્યસ્થિતિ થી દુર જતા માધ્યસ્થિતિ તરફ



Direction કણની દીશામાં

સરળ આવર્ત ગતિ માં ત્વરણ (Acceleration)

⇒ વેગ નું સમય ની સાપેક્ષે Differentiation

$$A = \frac{dV}{dt} = -\omega^2 a \sin\omega t$$
$$= -\omega^2 y$$

કલાના પદોમાં ⟶ $A = -\omega^2 a \sin\theta$

સમય ના પદોમાં ⟶ $A = -\omega^2 a \sin\left(\frac{2\pi}{T}\right)t$

વિસ્થાપન ના પદોમાં ⟶ $A = -\omega^2 y$

A_{max} $|A_{max}| = \omega^2 a$ } when $\theta = \pi/2$ or $3\pi/2$, $t = T/4$ or $3T/4$, $y = \pm a$ (આયામ પર)

A_{min} $|A_{min}| = 0$ } $\theta = t = y = 0$ (સામ્યવસ્થા પર)

Direction → ત્વરણની દીશા હંમેશા માધ્યસ્થીતી તરફ ($A \propto -y$)

લોજીકલ રીતે [acceleration = તે કોઈપણ કણને ઉભુરાખે. તેથી velocity ની દીશા માધ્યસ્થિતી થી દૂર જતી હોય તે તેને ખેંચી ઉભુરાખે. ∴ તેથી accel. ની દીશા માધ્યસ્થીતી તરફ]

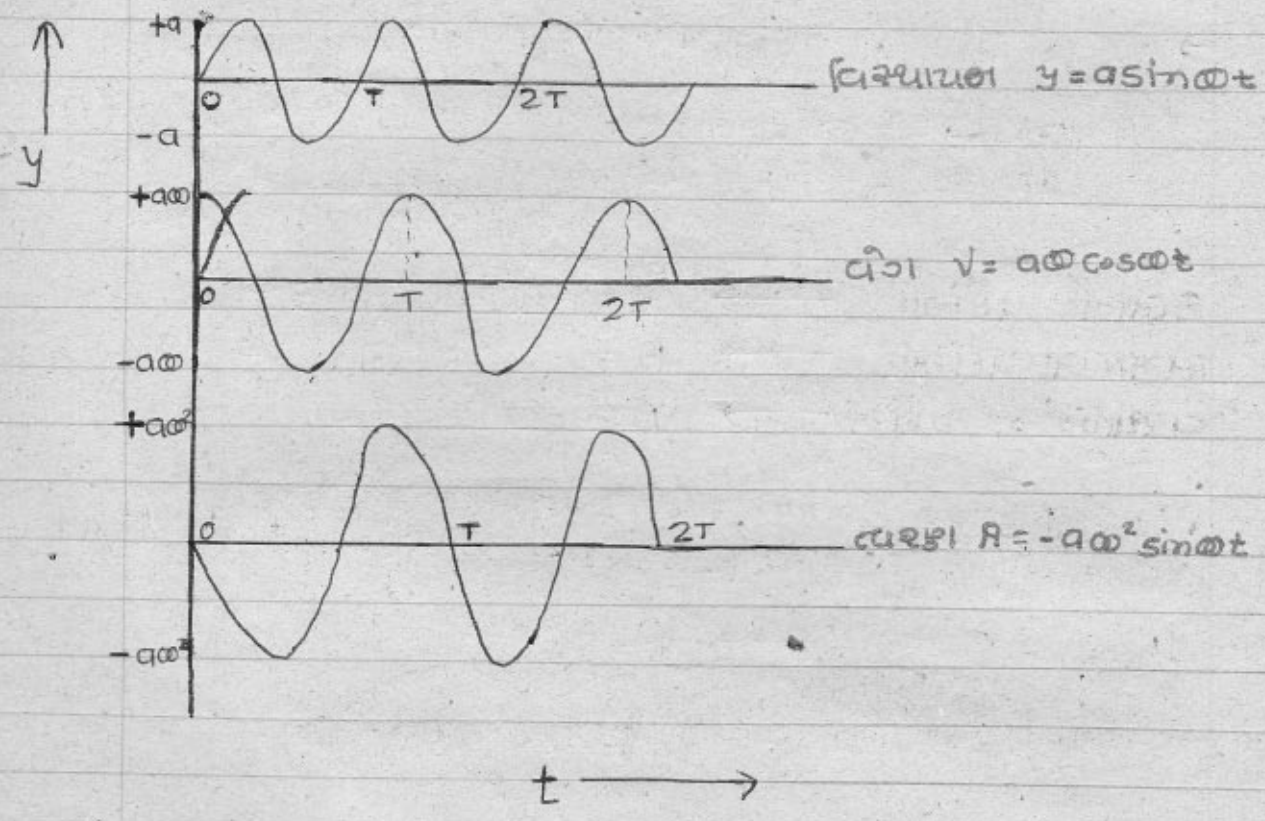
⟹ હંમેશા યાદ રાખવા

વિસ્થાપન ના પદ માટે y માં ફેરવવું

કલા ના પદ માટે θ માં ફેરવવું

સમય ના પદ માટે $\left(\frac{2\pi}{T}\right)$ માં ફેરવવું.

સરળ આવર્ત ગતિમાં વિસ્થાપન, વેગ, ત્વરણ ના ગ્રાફ



વિસ્થાપન

sin 0 પર 0 થવાથી વિસ્થાપન 0 થી શરૂથાય

વેગ

cos π/2 પર 0 થવાથી વેગ π/2 થી શરૂ થાય.

ત્વરણ

sin એ (−) છે. અને 0 પર 0 થાય. તેથી sin(−) માટે π થી 0

∴ π થી શરૂથાય

સરળ આવર્ત ગતિ માં ઉર્જા (Energy)

(1) સ્થિતિજ ઉર્જા (Potential Energy)

→ સામ્યવસ્થા થી કણને વિસ્થાપિત કરવા પ્રત્યાનયન બળ વિ. ની વિરુદ્ધ કાર્ય કરવું પડે જે સ્થીતી ઉર્જા ના રૂપમાં સંગ્રહીત થાય

$$F = -ky \Rightarrow U = -\int dW = -\int_0^y F\,dy = \int_0^y ky\,dy = \boxed{\frac{1}{2}ky^2}$$

$$k = m\omega^2, \quad y = a\sin\omega t$$

$$\therefore \boxed{U = \frac{1}{2}m\omega^2 a^2 \sin^2\omega t}$$

કલા ના પદોમાં $\longrightarrow U = \frac{1}{2}m\omega^2 a^2 \sin^2\theta$

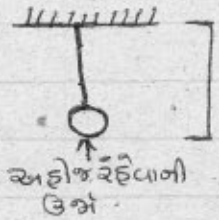
સમય ના પદોમાં $\longrightarrow U = \frac{1}{2}m\omega^2 a^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T}\right)t$

વિસ્થાપન ના પદોમાં $\longrightarrow U = \frac{1}{2}m\omega^2 y^2$

U_{max} $\quad U_{max} = \frac{1}{2}m\omega^2 a^2$ } When $y = \pm a,\ \theta = \pi/2, 3\pi/2,\ t = T/4, 3T/4$ (આયામપર)

U_{min} $\quad U_{min} = 0$ } When $y = \theta = t = 0$ (સામ્યવસ્થા પર)

બીજુકલરીતે [દંડમાં કણ કોઈ સ્થીતીએ હોય ત્યાંજ રહેવા માટે તેણે જે ઉર્જા આપવી પડે તે = સ્થીતી ઉર્જા]



② ગતિજ ઉર્જા (Kinetic Energy)

→ કણના વેગના કારણે તેમાં આવતી ઉર્જાને ગતિજ ઉર્જા.

$$K.E. = \frac{1}{2} m v^2$$

$$K.E. = \frac{1}{2} m a^2 \omega^2 \cos^2 \omega t \qquad (\because V = a\omega \cos \omega t)$$

$$K.E. = \frac{1}{2} m \omega^2 (a^2 - y^2) \qquad (\because V = \omega \sqrt{a^2 - y^2})$$

કલાના પદોમાં ⟶ $K = \frac{1}{2} m \omega^2 a^2 \cos^2 \theta$

સમયના પદોમાં ⟶ $K = \frac{1}{2} m \omega^2 a^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi}{T}\right) t$

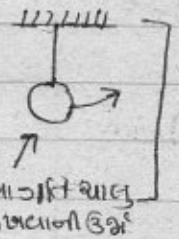
વિસ્થાપન ના પદોમાં → $K = \frac{1}{2} m \omega^2 (a^2 - y^2)$

K_{max} $\quad K_{max} = \frac{1}{2} m \omega^2 a^2$ } when $y = \theta = t = 0$ (સામ્યવસ્થા પર)

K_{min} $\quad K_{min} = 0$ } $y = \pm a,\ \theta = \pi/2, 3\pi/2,\ T = T/4, 3T/4$ (આયામ પર)

લોજીકલ રીતે

કણ જે કોઈ ગતિ કરતો હોય તો તે સ્થીર ન થાય અને પોતાની ગતિ જાળવી રાખવા જે ઉર્જાની જરૂર પડે તે = ગતિઉર્જા



③ કુલ ઉર્જા (Total Energy)

કુલ ઉર્જા = ગતિ ઉર્જા + સ્થિતિ ઉર્જા

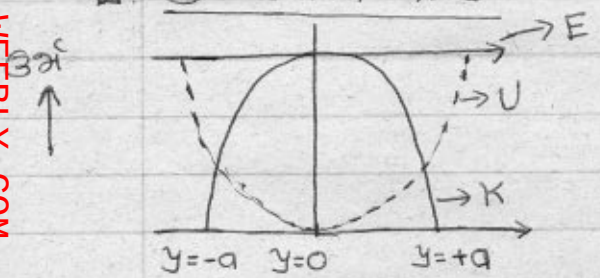
$$E = K + U$$

$$\therefore E = \frac{1}{2} m\omega^2 (a^2 - y^2) + \frac{1}{2} m\omega^2 y^2$$

$$\boxed{E = \frac{1}{2} m\omega^2 a^2}$$

→ કુલ ઉર્જા હંમેશા constant રહે.

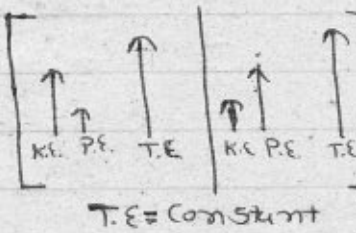
☆ ઉર્જા સ્થિતિ ગ્રાફ



જ્યાં K.E. maximum
ત્યાં P.E. minimum

∴ બંનેનો સરવાળો = cons.
= total Energy

→ ગ્રાફ પરથી જો K.E. વધે તો P.E ઘટે
P.E. વધે તો K.E. ઘટે } બંનેનો સરવાળો.



T.E = Constant

K.E. and P.E. interms of T.E.

$$K = \frac{1}{2} m\omega^2 a^2 \cos^2 \omega t$$

$$= \frac{1}{4} m\omega^2 a^2 (1+\cos 2\omega t) \qquad \left(\cos^2\theta = \frac{1+\cos 2\theta}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{2} E (1+\cos \omega' t)$$

$$U = \frac{1}{2} m\omega^2 a^2 \sin^2 \omega t$$

$$= \frac{1}{4} m\omega^2 a^2 (1-\cos 2\omega t) \qquad \left(\sin^2\theta = \frac{1-\cos 2\theta}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{2} E (1-\cos \omega' t)$$

where $\boxed{\omega' = 2\omega}$

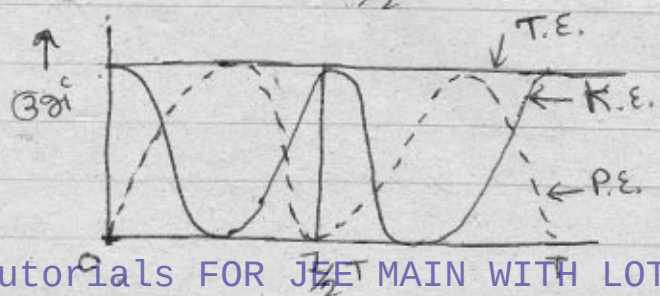
⇒ SHM ના સ્થાનીય તથા ગતિજ ઉર્જા ના દોલનની આવૃત્તિ વિસ્થાપન ની આવૃત્તિ થી બે ગણી હોય.

$$n' = 2n, \quad T' = T/2$$

$$\because \omega' = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 2\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{\frac{2\pi}{T}}{2} = \frac{\omega'}{2}$$

$$T' = \frac{2\pi}{\omega'} = \frac{2\pi}{2\omega} = \boxed{\frac{T}{2}}$$

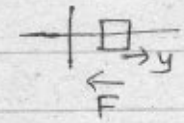
$$n' = \frac{1}{T} = \frac{1}{T/2} = \frac{2}{T} = \boxed{2n}$$



Date : / /

સરળ આવર્ત ગતિનો આવર્તકાળ અને આવૃત્તિ

SHM માં પ્રત્યાનયન બળ એ વિસ્થાપન ને Proportional અને દીશા વિરુદ્ધ



$F \propto -y$

$F = -ky$ ___ (i)

$F = mA = -ky$

$F = mA = -m\omega^2 y$ _ (ii)

by (i) and (ii)

$ky = m\omega^2 y$

$\boxed{k = m\omega^2}$

$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}}$

By using $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{and} \quad n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}}$$

m = જડત્વીય constant

k = Spring constant

generally સરળ આવર્ત ગતિ માટે ... આવર્તકાળ ...

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{F/y}} = 2\pi\sqrt{\frac{my}{F}} = 2\pi\sqrt{\frac{my}{mA}}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{y}{A}}$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{y}{A}} \quad n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{A}{y}}}$$

સરળ આવર્ત ગતિનું અવકલ સમીકરણ (Differential Equation)

$A \propto -y$

$A = -\omega^2 y$

$mA = -m\omega^2 y \quad (\because F = -ky)$

$$m \cdot \frac{d^2y}{dt^2} + m\omega^2 y = 0 \qquad \left(\because a = \frac{v}{t} = \frac{dy/dt}{dt/dy} = \frac{d^2y}{dt^2}\right)$$

$$\boxed{m\frac{d^2y}{dt^2} + ky = 0}$$

Energy method for force

$E =$ total Energy $= \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$

$E =$ constant $\therefore \frac{dE}{dT} = 0$

$$\frac{dE}{dT} = \frac{k}{2} \cdot 2x \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{m}{2} \cdot 2v \cdot \frac{dv}{dt} = 0$$

$\Rightarrow kxv + mva = 0$

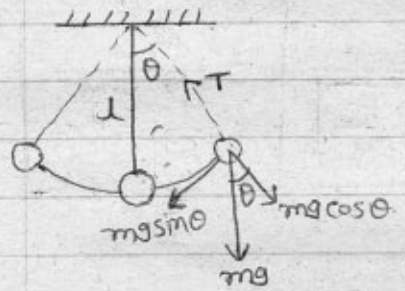
$\boxed{ma = -kx}$ આ રીતે force find કરી શકાય.

Simple Pendulam

સરલ લોલક (Simple Pendulam)

⇒ કોઈ પદાર્થના ભારી બિંદુ કણને → ભારહીન લંબાઈમાન વધતી } દોરી સાથે.

બાંધી કોઈ દૃઢ આધાર પર લટકાવાય = સરલ લોલક



Restoring force $F = -mg\sin\theta$

જો θ નાનો તો $\sin\theta \cong \theta$

$\therefore F = -mg\cdot\theta$

$F = -mg\frac{x}{l}$

$\frac{F}{x} = -\frac{mg}{l} = k$ (સ્પ્રીંગ કોન્સ.)

આવર્તકાળ $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{mg/l}} = \boxed{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$

→ સરલ લોલક નો આવર્તકાળ ગોળ કણ ના mass થી મુક્ત

→ $T \propto \sqrt{l}$

→ જો θ નુ મુલ્ય વધારે હોય તો $\sin\theta \neq \theta$ ત્યારે $\sin\theta$ જ લેવામાં આવે.

Imp → સરલ લોલક એક સરલ લાઈન પર જ ગતિ કરે.

Different case માં time period

જો લોલકની લંબાઈ એ Earth ની Radius સાથે Comparable હોય તો

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l \cdot R_e}{g(l+R_e)}}$$

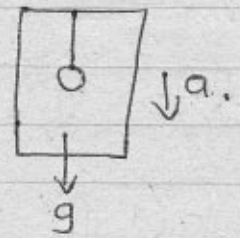
When $l \to \infty$

$$\frac{R_e}{l} = 0$$

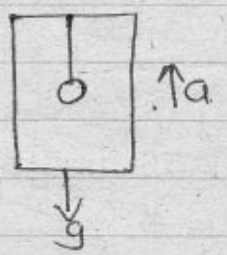
$$\frac{l \cdot R_e}{g \cdot (l+R_e)\frac{l}{l}} = \frac{R_e}{g\left(1+\frac{R_e}{l}\right)} = \boxed{\frac{R_e}{g}}$$

$$\therefore \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{R_e}{g}}}$$

Lift cases

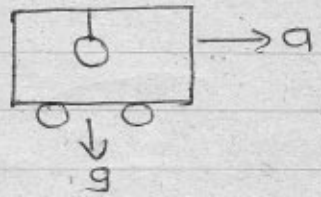
① 

$g' = g - a$ $\quad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}}$

② 

$g' = g + a$ $\quad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}}$

③ Horizontal case

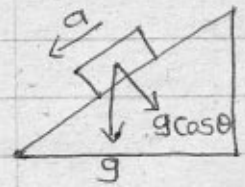


$\vec{g'} = \vec{g} + \vec{a}$

$|g'| = \sqrt{g^2 + a^2}$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2+a^2}}}}$$

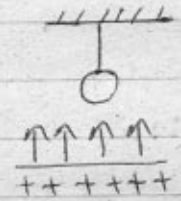
Block case



$g' = g\cos\theta$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g\cos\theta}}}$$

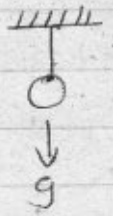
Electric field case

① 

$\uparrow \frac{qE}{m}$ $\left[\begin{array}{l} \because F = q.E \\ mA = q.E \\ A = \frac{qE}{m} \end{array}\right]$ $g' = g - \frac{qE}{m} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g - \frac{qE}{m}}}$

② 

$\downarrow \frac{qE}{m}$ $g' = g + \frac{qE}{m} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + \frac{qE}{m}}}$

③ 

$\rightarrow \frac{qE}{m}$ $g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2}}}$

સેકન્ડ લોલક ⇒ એવુ લોલક જેનો આવર્તકાળ 2 સેકન્ડ નો હોય.

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ } $T = 2$ second, $g = 9.8\ m/s^2$ મુકતા } $l = 1$ meter ↑ પૃથ્વીપર

ચંદ્ર માટે $\frac{1}{6}$ m [∵ ચંદ્રપર $g' = \frac{g}{6}$]

⇒ એક સમ્પુર્ણ દોલનમાં સરલ લોલક દ્વારા થયેલુ કાર્ય શુન્ય

∵ Work = Conservative.

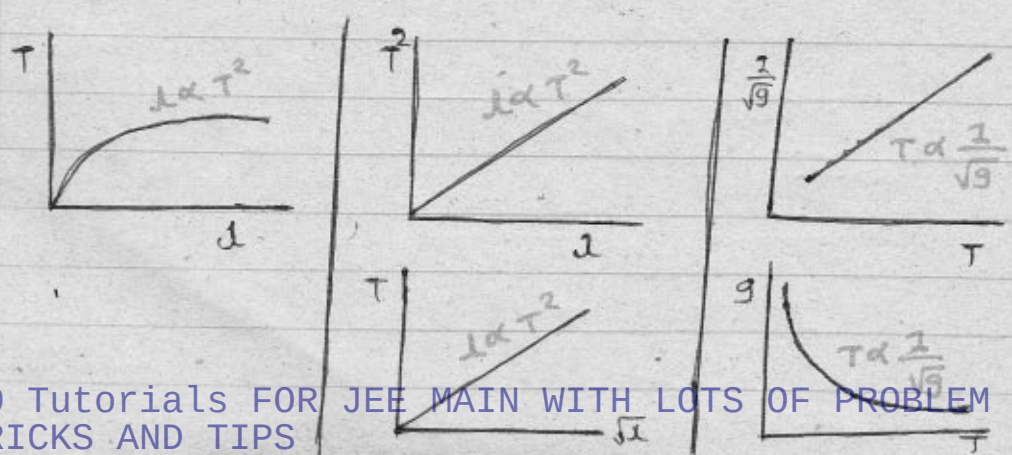
(જે હંમેશા final અને initial Path પર Dependent હોય.)

એક સંપુર્ણ દોલનમાં final Position = initial Position

∴ $\boxed{\text{Work done} = 0}$

⇒ કોઈ લોલક ને ઉર્ધ્વ કાટ θ જેટલા સુધી વિસ્થાપિત કરવામાં થયેલ કાર્ય $W = U = mgl(1 - \cos\theta)$

સરલ લોલક માટે ગ્રાફ



⇒ To find Time Period of SHM by Differential Equation

Let any Differential Equation $= A\frac{d^2x}{dt^2} + Bx = 0$

divide By A

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{B}{A}x = 0$$

Compare with $\frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ → [SHM ના Differential Equation ને જ્યારે Divide કરતા રહ્યા મળે]

$$\omega^2 = \frac{B}{A} = \frac{2^2\pi^2}{T^2} \quad \left(\because \omega = \frac{2\pi}{T}\right)$$

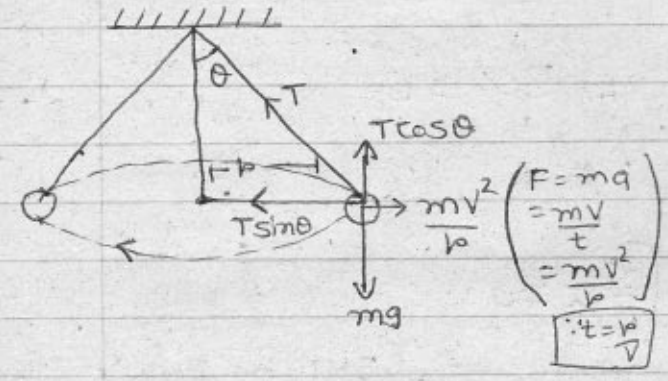
$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{A}{B}}}$$

આવી રીતે કોઈપણ Differential Equation થી time Period find કરી શકાય.

Conical Pendulam

[શંકુ આકારનું]

Conical Pendulam (કોઈ ગોળાકાર માં ગતિ કરતું હોય.)



$$T\cos\theta = mg$$

$$T\sin\theta = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$$

$$\frac{\omega^2 r}{g} = \tan\theta$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g\tan\theta}{r}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{r}{g\tan\theta}}}$$

Imp → Conical Pendulam એ ગોળાકાર પથ પર ગતિ કરે.

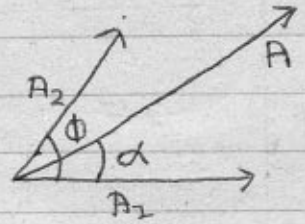
[સરલ લોલક ની જેમ Straight line માં નહી]

Superposition of two SHM

$$x = A_1 \sin \omega t + A_2 \cos \omega t$$

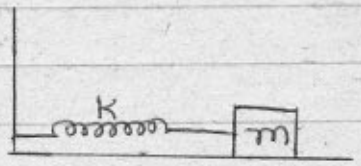
$$\omega_1 = \omega_2 = \omega$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos \phi}$$



$$\tan \alpha = \frac{A_2 \sin \phi}{A_1 + A_2 \cos \phi}$$

સ્પ્રીંગ લોલક (Spring block)



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \rightarrow \text{Time Period}$$

$$n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}} \rightarrow \text{Frequency}$$

K = Spring constant

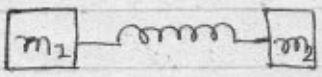
m = જડત્વીય constant.

$\Rightarrow T \propto \sqrt{m}$, $n \propto \frac{1}{\sqrt{m}}$ } સરલ લોલક થી ઉલટું
Spring લોલક mass પર Dependent

$T \propto \frac{1}{\sqrt{K}}$, $n \propto \sqrt{K}$ } તે સ્પ્રીંગ constant પર પણ Dependent

$\Rightarrow$ સ્પ્રીંગ લોલક નો આવર્તકાળ ગુરુત્વીય ત્વરણ g પર Dependent ✗ (સરલ લોલક નો T એ g પર Dependent ✓)

case

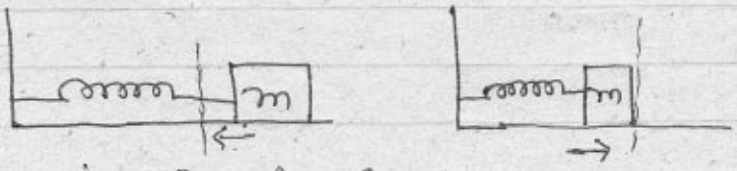


આવી રીતના જોડાણ માટે

$$\frac{1}{m_p} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}$$

m_p = Reduced mass

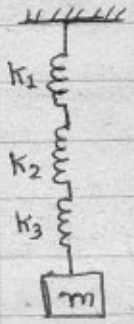
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_p}{K}}$$



સ્પ્રીંગ લોલકની ગતિ

Spring constant K

Series combination

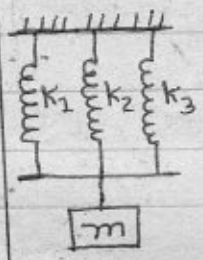


$$\frac{1}{K_{eff}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots$$

[જો બધી સ્પ્રીંગના K સમાન અને તે K બરાબરજ હોય તો]

$$K_{eff} = \frac{n}{K}$$

Parallel combination



$$K_{eff} = k_1 + k_2 + k_3 \dots$$

[જો બધી સ્પ્રીંગના K સમાન અને K બરાબર તો]

$$K_{eff} = nK$$

⇒ જો K @ spring constant વાળી સ્પ્રીંગને → n ભાગોમાં તોડી → પછી Parallel comb. માં જોડવામાં આવે તો

$$K_{eff} = n^2 K$$

⇒ $K \propto \frac{1}{l}$ ∵ $\boxed{F = -Kx}$ → જો લંબાઈને બે ભાગમાં તોડાય. તો K બેગણો

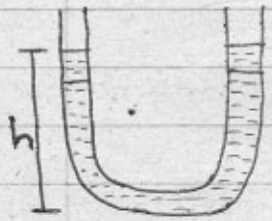
$$\left[K \propto \frac{1}{l} \Rightarrow K \propto \frac{1}{\left(\frac{l}{2}\right)} \quad K \propto \frac{2}{l} \right]$$

⇒ l લંબાઈ ને સ્પ્રીંગ ને બે ભાગમાં એવી રીતે તોડાય કે $l_1 = n l_2$ તો પ્રત્યેક ભાગ માટે K find કરવા

$$K_1 = \frac{K(n+1)}{n} \quad \text{and} \quad K_2 = K(n+1)$$

અલગ અલગ SHM માટે Time Period

U નળીમાં રહેલ નો SHM



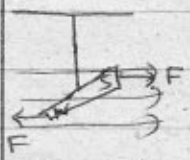
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{2g}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g}}$$

L = U ની કુલ લંબાઈ

h = $\frac{L}{2}$ } કોઈપણ એક બાજુની ઉંચાઈ

ચુંબક ની ચુંબકીય ક્ષેત્ર માં SHM



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mB}}$$

B = ચુંબકીય ક્ષેત્ર

I = moment of Interia of ચુંબક

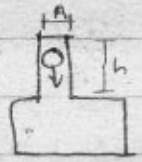
m = magnetic Inertia of ચુંબક

રહેલ માં તરતા cylinder નું SHM

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

l = પાણીની અંદર ડૂબેલો ભાગ

વાયુ પ્રક્રિયા માં ગેસ નું SHM



$$T = \frac{2\pi}{A}\sqrt{\frac{mV}{E}}$$

h = height [ઉપરના / નીચેના]

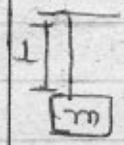
E = ~~[illegible]~~ આયતન પ્રત્યાસ્થતા ગુણાંક

V = આયતન (કંઠ.)

અર્ધ ગોળ રચાલા માં બોલ નું SHM

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R-r}{g}}$$

તાર પર લટકાવેલ m દળનું SHM

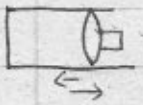


$$T = 2\pi\sqrt{\frac{mL}{YA}}$$

L = length of String

Y = યંગ પ્રત્યાસ્થતા ગુણાંક

સિલિન્ડર માં પિસ્ટન નું SHM



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{mh}{PA}}$$

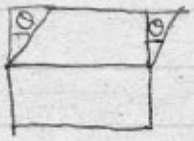
m = mass of Piston

A = Cylinder નો Area

P = Piston માં દબાણ

h = સિલિન્ડરની ઉંચાઈ

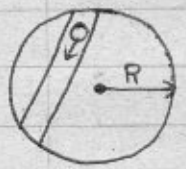
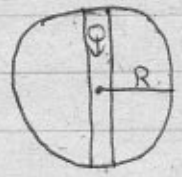
દળ ની સરળ આવર્ત ગતિ



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\eta l}}$$

m = પ્રત્યાસ્થતા ગુણાંક (ઉપરના દળ માટે)

earth માટેનો case.

જુવા માં (earth ની) બોર્હેલી સુરંગ માં કણનું SHM	ચોરસમાં બોર્હેલી સુરંગમાં કણનું SHM
 $T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$ $= 84.6$ min	 $T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$ $= 84.6$ min.
R = Radius of earth	R = Radius of earth

પૃથ્વીના ચોરસ કે જુવા માં બોર્હેલ સુરંગમાં આવર્તકાળ હંમેશા same રહે

∴ Earth માટે Radius અને g નું મુલ્ય સરખું જ હોય ∴ કોઈપણ જગ્યાએ T same રહે.

Imp [g નું મુલ્ય equator અને Pole પર અલગ અલગ હોવાથી equator અને Pole પર T માં ફેરફાર થઈ શકે]